

PHYSIK

Geradlinige Bewegungen

2

Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen

Die Lösungen der Aufgaben zum Freien Fall
befinden sich auf der Mathematik-CD.
Die dort befindliche Datei kann man auch ausdrucken.

Datei Nr. 91112

Friedrich W. Buckel

Juli 2002

Internatsgymnasium Schloß Torgelow

Inhalt

1	Grundlagen	1
2	Einfache Berechnungen	6
3	Etwas schwierigere Beispiele	9
4	Der freie Fall	12

Aufgabenblatt mit Lösungen (nur auf der CD)

1. Grundlagen

Dieser Text soll kein Lehrbuchersatz sein, in dem nun gründlich in die gleichmäßig beschleunigte Bewegung eingeführt wird. Vielmehr werden die wesentlichen Gedanken und Fakten dargelegt und die Bewegungsgleichungen mit allerlei Rechnungen vertieft.

Ohne eine Antriebskraft ändert ein Fahrzeug seine Geschwindigkeit nicht. Wir setzen daher eine konstante Antriebskraft irgendwelcher Art voraus. Im Experiment beobachtet man, daß dann das Fahrzeug immer schneller fährt.

Problem Nr. 1:

Wer bisher nur die gleichförmige Bewegung besprochen hat, kennt nur den dort eingeführten Geschwindigkeitsbegriff, der auf die Proportionalität von Wegstrecke und Zeitspanne zurückgeht:

Wenn $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ konstant bleibt, nennt man diesen Quotienten die Geschwindigkeit der zugrunde liegenden gleichförmigen Bewegung.

Es muß nun selbst dem Schüler klar sein, daß man diesen Geschwindigkeitsbegriff nicht verwenden kann, wenn die Bewegung beschleunigt ist, weil ja dann besagter Quotient eben nicht konstant bleibt. Also ist ein neuer Geschwindigkeitsbegriff für diese Art der Bewegung zu definieren.

Problem Nr. 2:

Wir kommt man zu den Gesetzen der beschleunigten Bewegung mit konstanter Antriebskraft ?

Im Unterricht kann man beispielsweise mit einer „reibungsfrei“ gemachten Bewegung eine Meßreihe aufstellen und nach Proportionalitäten suchen.

Zunächst wird man banalerweise nachprüfen, daß Wegstrecke Δs und Fahrzeit Δt nicht proportional sein können. Weil das Fahrzeug immer schneller wird, nimmt in jeder folgenden Sekunde der zurückgelegte Weg zu ! Dennoch stellt man eine Meßreihe für s und t auf und sucht einen Zusammenhang. Ein Beispiel zeigt das Vorgehen:

Man kann auf diese Idee kommen, die Zeit t zu quadrieren, um damit die Wegzunahme durch die Zunahme der Geschwindigkeit zu kompensieren.

Jedenfalls klappt es ziemlich gut, die Konstanz des Quotienten $\frac{s}{t^2}$ nachzuweisen.

s	t	t ²	$\frac{s}{t^2}$
0,08 m	2 s	4 s ²	0,02 $\frac{m}{s^2}$
0,18 m	3 s	9 s ²	0,02 $\frac{m}{s^2}$
0,32 m	4 s	16 s ²	0,02 $\frac{m}{s^2}$
0,50 m	5 s	25 s ²	0,02 $\frac{m}{s^2}$
0,72 m	6 s	35 s ²	0,02 $\frac{m}{s^2}$

Damit haben wir eine Proportionalität, und der Quotient (man nennt ihn die Proportionalitätskonstante) charakterisiert die Bewegung.

Warum man dann dem Quotienten gerade den Namen $\frac{1}{2}a$ gibt, kann man im Hinblick auf günstigere Ergebnisse erst mal abtun.

Nun hat man also experimentell ein Naturgesetz „entdeckt“. Das Naturgesetz ist stets die Proportionalität. Die Gleichung macht erst der Mensch daraus, damit er etwas zum Rechnen hat !

Und das so gefundenen Rechengesetz lautet jetzt

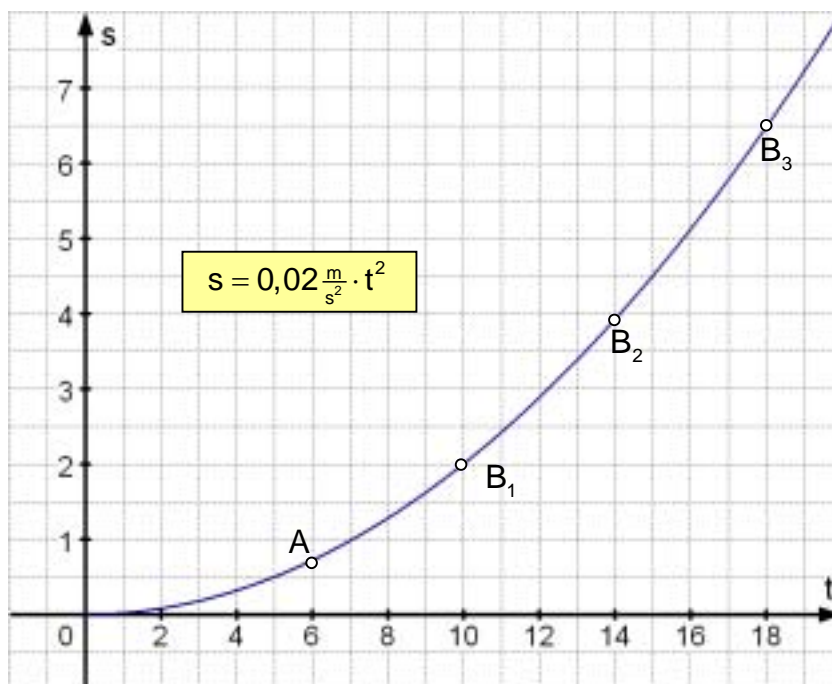
$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Es ist das Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung und die Konstante a nennt man Beschleunigung. In unserem „Versuch“ hat sich

$$\frac{s}{t^2} = \frac{1}{2}a = 0,02 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow a = 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ergeben.

Nun sollte man gleich ein Schaubild zur Hand haben, denn diese Gleichung stellt ja eine Parabel dar:



Auf der t -Achse wurde als Maßstab $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \text{ s}$ gewählt, damit die Parabel nicht zu flach wird.

In das Diagramm sind vier „Zustandspunkte“ eingetragen:

A(6s|0,72m), B(10s|2m), C(14s|3,92m) und D(18s|6,48m),

Wir benötigen sie gleich für unser nächstes Problem:

Problem Nr. 3:

Wie kommt man nun zu einem vernünftigen Geschwindigkeitsbegriff ?
Dazu brauchen wir nochmals das Diagramm der Seite 2:

Wir berechnen jetzt mit der hier eigentlich ungültigen Formel

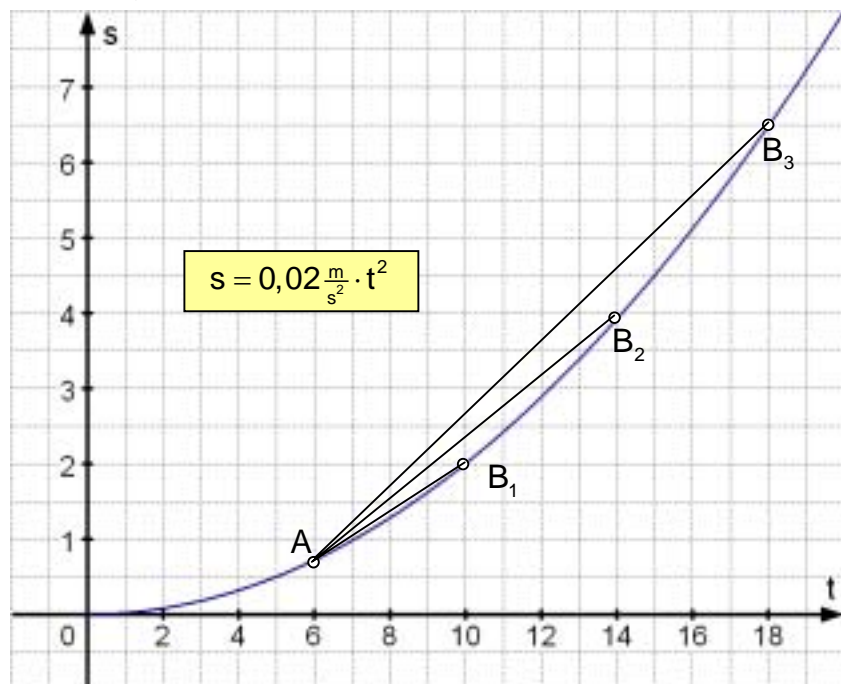
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

drei Geschwindigkeiten.

Und zwar verwenden wir dazu die vier vorhandenen Zustandspunkte A, B₁, B₂ und B₃.

Damit tun wir so, also ob sich der Körper gleichförmig von A zu B₁, zu B₂ oder zu B₃ bewegt.

Man nennt die so erzeugte Geschwindigkeit die Durchschnittsgeschwindigkeit.



$$\text{Mittels A und B}_3 \text{ entsteht: } v_3 = \frac{6,48\text{m} - 0,72\text{m}}{18\text{s} - 6\text{s}} = \frac{5,76\text{m}}{12\text{s}} = 0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Mittels A und B}_2 \text{ entsteht: } v_2 = \frac{3,92\text{m} - 0,72\text{m}}{14\text{s} - 6\text{s}} = \frac{3,20\text{m}}{8\text{s}} = 0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Mittels A und B}_1 \text{ entsteht: } v_1 = \frac{2,00\text{m} - 0,72\text{m}}{10\text{s} - 6\text{s}} = \frac{1,28\text{m}}{4\text{s}} = 0,32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Diagramm sind Strecken (Sekanten) zwischen den Kurvenpunkten eingezeichnet. Wir wissen ja, die Steigung dieser Strecken geben die Geschwindigkeit der zugehörigen gleichförmigen Bewegung an. Wenn wir das Diagramm betrachten, erkennen wir, daß die Parabel in A flacher verläuft als jede dieser Sehnen, und daß sie in den Endpunkten jeweils steiler läuft als jede dieser Sehnen. Das heißt die tatsächliche Geschwindigkeit, wie sie auch immer ermittelt sein mag, ist in A kleiner als die Werte v_1 , v_2 und v_3 , und in den Endpunkt B₁, B₂, B₃ größer als die drei berechneten Werte.

Man sieht aber schnell, daß die Abweichung immer kleiner wird, je näher wir den zweiten Zustandspunkt an A heranrücken.

Wer Erfahrung hat, der weiß, daß man nun B₁ gegen A rücken läßt und somit vor der Sekante zur Tangente kommt. Ich will als Beispiel einen sehr dicht bei A liegenden Punkt B* nehmen: B(6,1s|0,7442m). Dies ergibt einen Geschwindigkeitswert von

$$v^* = \frac{0,7442\text{m} - 0,72\text{m}}{6,1\text{s} - 6\text{s}} = \frac{0,0242\text{m}}{0,1\text{s}} = 0,242 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wer die Theorie der Berechnung der Tangentensteigung mit Hilfe der Ableitungsfunktion kennt, weiß, daß wir nun einfach die Wegfunktion ableiten müssen und erhalten somit das was man dann die Momentangeschwindigkeit nennt:

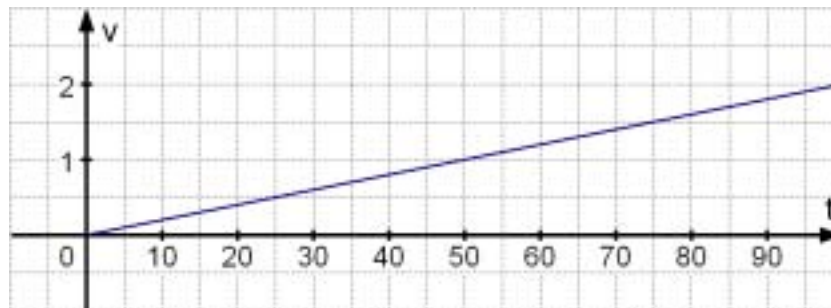
$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow v(t) = s'(t) = at$$

Ist die abzuleitende Variable die Zeit, schreibt man nicht $s'(t)$ sondern $\dot{s}(t)$. Der Punkt stellt somit das Zeichen für die Ableitung nach der Zeitvariablen dar.

Wem diese ganze Theorie zu schwer ist, der halte sich einfach am Ergebnis fest:
Die Momentangeschwindigkeit der gleichmäßig beschleunigten Bewegung wird berechnet durch

$$v(t) = a \cdot t$$

Dieses Schaubild gibt eine Gerade im $v - t$ - Diagramm:



Man beachte, daß die Einheit auf der t-Achse noch kleiner gemacht worden ist. Denn bei der hier verwendeten kleinen Beschleunigung von $a = 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nimmt die Geschwindigkeit nur ganz langsam, zu.

Dieses Diagramm ist nun ganz wichtig zum Verständnis des Begriffes Beschleunigung.

Im Vergleich mit der Geradengleichung $y = mx$ erkennt man daß in $v = at$ diese Beschleunigung a die Steigung darstellt. Und weil man diese Steigung an einer geraden an beliebigen Abschnitten berechnen kann, gilt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Beispiel: Bei einer beschleunigten Bewegung hat ein Körper nach $t_1 = 4 \text{ s}$ die Geschwindigkeit $v_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und nach $t_2 = 10 \text{ s}$ die Geschwindigkeit $v_2 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Berechne die wirkende Beschleunigung:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s} - 4 \text{ s}} = \frac{18 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Erinnern Sie sich noch, wie man eine Gerade mit der Steigung 3 zeichnet? Man geht um 1 nach rechts und um 3 nach oben, d.h. es gilt

Merke: Wird ein Körper durch $a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt, dann nimmt seine Geschwindigkeit pro Sekunde um $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zu!

Das $v - t$ - Diagramm gestattet auch noch die Berechnung des zurückgelegten Weges durch Berechnung des Flächeninhaltes zwischen der Geraden und der t -Achse.

Beispiel.

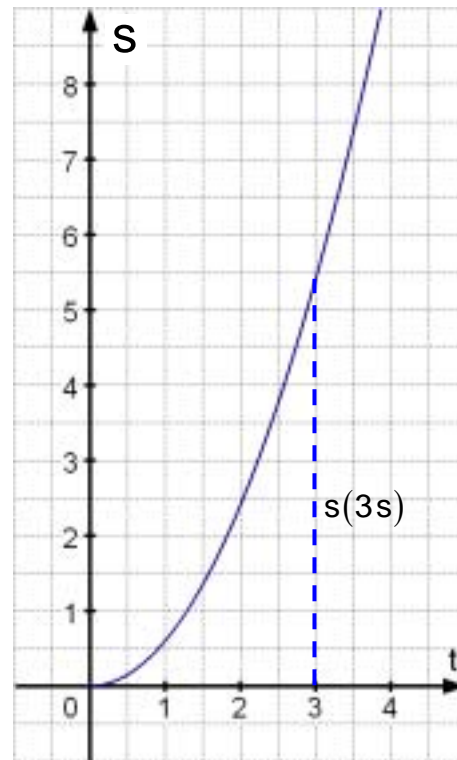
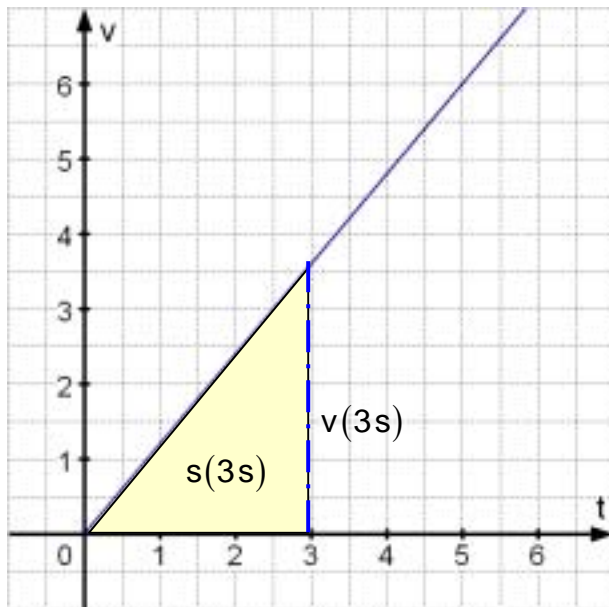
Gegeben sei eine Beschleunigung von
Dann lautet das Weg-Zeit-Gesetz:
und das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz:

$$a = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$v = a \cdot t = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

Dies ergibt zwei Diagramme:



Beginnen wir im rechten Bild. Dort ist die **Weg-Zeit-Funktion** $s(t) = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$ als Parabel dargestellt. Zusätzlich ist der nach 3 s zurückgelegte Weg eingezeichnet: $s(3s) = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9\text{s}^2 = 5,4\text{m}$.

Im linken Bild ist die **Geschwindigkeits-Zeit-Funktion** dargestellt: $v(t) = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$.
Zusätzlich ist die Geschwindigkeit nach 3 s eingetragen: $v(3s) = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{s} = 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Die grüne Dreiecksfläche hat den „Inhalt“ $A = \frac{1}{2} \cdot 3\text{s} \cdot 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,4\text{m}$.

Und dies ist genau der nach 3 Sekunden zurückgelegte Weg !!!

Allgemein gilt nämlich für dieses Dreieck:

$$A = \frac{1}{2} \cdot t \cdot v(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot at = \frac{1}{2} at^2 = s(t).$$

Es wird bald Aufgaben geben, bei denen dies wichtig ist !

2. Einfache Berechnungen

Wir haben nun eine Reihe von Formeln, die wir anwenden können:

WISSEN: Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt:

$$a = \text{konstant}$$

$$v = a \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Dabei sind s und v die aus der Ruhe heraus nach der Zeit t erreichten Werte !

Wie können nun Aufgaben aussehen ?

BEISPIEL 1

Ein Körper wird **aus der Ruhe heraus** beschleunigt und erreicht nach 8 Sekunden die Geschwindigkeit $11,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Welchen Weg hat er dabei zurückgelegt ?

Lösung:

Gegeben sind nun $t = 8 \text{ s}$ und $v = 11,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, also liefert und die Formel

$$a = \frac{v}{t} \text{ die wirkende Beschleunigung: } a = \frac{11,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s}} = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Daher folgt } s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 64 \text{ s}^2 = 44,8 \text{ m}.$$

BEISPIEL 2

Ein Körper wird **aus der Ruhe heraus** beschleunigt und hat nach 5 s die Strecke 50 m zurückgelegt. Welche Geschwindigkeit hat er dann erreicht ?

Lösung:

Gegeben sind jetzt $t = 5 \text{ s}$ und $s = 50 \text{ m}$.

Die Formel $s = \frac{1}{2} a t^2$ liefert jetzt die Beschleunigung a :

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{100 \text{ m}}{25 \text{ s}^2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Daraus folgt dann } v = a \cdot t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

BEISPIEL 3

Ein Körper wird **aus der Ruhe heraus** mit $a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt und legt dabei die Strecke 30 m zurück. Welche Geschwindigkeit hat er erreicht ?

Lösung:

Gegeben sind also $a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $s = 30 \text{ m}$.

$$\text{Aus } s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2s}{a} = \frac{60\text{m}}{2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 25\text{s}^2 \quad \text{Daher ist } t = 5 \text{ s.}$$

$$\text{Nun folgt} \quad v = a \cdot t = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\text{s} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ACHTUNG:

Das Verfahren aus Beispiel 3 kann man abkürzen, wenn man eine neue Formel entwickelt.

Wir haben das Problem, daß wir v aus a und s berechnen sollen. Dazu gibt es bis jetzt hier noch keine Gleichung. Also entwickeln wir sie:

$$\text{Es gilt} \quad s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad (1)$$

$$\text{und} \quad v = a \cdot t \quad (2)$$

Wir benötigen bei dieser ganzen Rechnung eigentlich das t nicht, daher wird t so eliminiert:

$$\text{Aus (2) folgt} \quad t = \frac{v}{a}$$

$$\text{Eingesetzt in (1):} \quad s = \frac{1}{2}a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a}$$

$$\text{Aufgelöst nach } v: \quad v^2 = 2as$$

d.h.

$$v = \sqrt{2as}$$

Diese Gleichung gestattet die Berechnung der Geschwindigkeit, die ein Körper erreicht hat, wenn er aus der Ruhe heraus entlang einer Strecke s beschleunigt worden ist.

Angewandt auf unser Beispiel 3:

$$v = \sqrt{2 \cdot 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30\text{m}} = \sqrt{144 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{!!!!}$$

BEISPIEL 4

Ein Körper wird **aus der Ruhe heraus** mit $a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt und erreicht dabei die Geschwindigkeit $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Welche Wegstrecke hat er zurückgelegt ?

Lösung:

Gegeben sind also $a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Und gesucht ist der Weg s .

Wer jetzt gut aufgepaßt hat, muß erkannt haben, daß wir eine Formel benötigen, welche die drei Größen a , v und s enthält, also

$$v = \sqrt{2as}$$

Quadrieren und umstellen nach s :

$$v^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{144 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 30\text{m}$$

Bemerkung:

Es gibt Lehrer, die zunächst ohne diese Formel auskommen wollen, weil sie den Umgang mit den beiden anderen einüben lassen wollen. Dann geht man so vor:

$$\text{Aus } v = a \cdot t \text{ folgt } t = \frac{v}{a} = \frac{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5\text{ s}$$

$$\text{Damit folgt: } s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25\text{ s}^2 = 30\text{ m}.$$

Dies ist etwas umständlicher, geht aber auch. Allerdings haben wir einen wichtigen Nebeneffekt, wir haben zugleich die Fahrzeit 5 s ermittelt. Ist diese in der Aufgabe direkt gefragt, dann sollte man nur diesen Weg einschlagen.

BEISPIEL 5

Ein Körper wird **aus der Ruhe heraus** beschleunigt und erreicht nach 15 m die Geschwindigkeit $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wie lange wurde beschleunigt ?

Lösung:

Gegeben sind $s = 15\text{m}$ und $v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wir haben schon wieder diese Konstellation und berechnen aus $v = \sqrt{2as}$ die Beschleunigung a :

$$v^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{36 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{30\text{m}} = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\text{Aus } v = a \cdot t \text{ folgt } t = \frac{v}{a} = \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5\text{ s}.$$

3. Etwas schwierigere Beispiele

BEISPIEL 6

Ein Körper wird aus der Ruhe heraus 5 Sekunden lang mit $a = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt. Dann fährt er gleichförmig weiter.

Wie weit ist er nach 2 Minuten gefahren und welche Endgeschwindigkeit besitzt er ?

Lösung:

Startphase: (Gleichmäßig beschleunigte Bewegung).

Gegeben sind $a = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $t = 5 \text{ s}$.

Daraus folgt $v = a \cdot t = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

und $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ s}^2 = 10 \text{ m}$

Gleichförmige Phase:

Die Geschwindigkeit $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bleibt konstant bis zum Ende.
Zurückgelegter Weg in der Restzeit $\Delta t = 2 \text{ min} - 5 \text{ s} = 115 \text{ s}$:

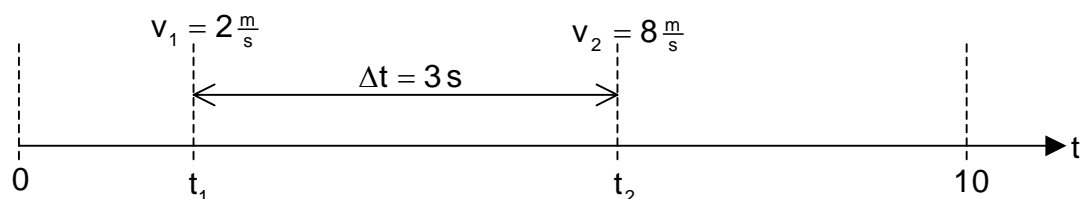
Aus $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ folgt $\Delta s = v \cdot \Delta t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 115 \text{ s} = 460 \text{ m}$

BEISPIEL 7

Ein Fahrzeug wird aus der Ruhe heraus gleichmäßig beschleunigt. Dabei braucht es zur Erhöhung seiner Geschwindigkeit von $v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf $v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ genau 3 Sekunden.

Berechne die wirkende Beschleunigung, die nach 10 Sekunden erreichte Geschwindigkeit sowie den bis dahin zurückgelegten Weg.

Überlegung:



Eine solche Skizze lohnt sich immer, da sie die Sachverhalte klarer macht.

Nun muß man sich als erstes darüber klar werden, daß es um die Größen v und t geht, also ist die Formel $v = a \cdot t$ gefragt.

Wir müssen sie auf zwei Ereignisse anwenden:

$$\text{Zur Zeit } t_1 \text{ ist } v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ d.h. es gilt } v_1 = a \cdot t_1 \quad (1)$$

$$\text{Zur Zeit } t_2 \text{ ist } v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ d.h. es gilt } v_2 = a \cdot t_2. \quad (2)$$

Nun müssen wir unbedingt unsere Kenntnis der 3 Sekunden ausnützen, d.h. wir müssen auf die Idee kommen, aus $\Delta t = t_2 - t_1$ die Gleichung $t_2 = t_1 + \Delta t$ zu bilden.

$$\text{Eingesetzt in (2): } v_2 = a \cdot (t_1 + \Delta t) = \underbrace{a \cdot t_1}_{v_1} + a \cdot \Delta t$$

$$\text{Also gilt jetzt: } v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t \Rightarrow a \cdot \Delta t = v_2 - v_1 \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Ja, und man hätte sich die ganze Arbeit sparen können, wenn man sich diese Formel von Seite 4 gemerkt hätte. Dort war besprochen worden, daß die Beschleunigung a wegen $v = at$ die Steigung im $v - t$ - Diagramm ist. Und die Steigung kann man aus zwei beliebigen Meßpunkten berechnen, eben durch

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nach diesen nicht unwichtigen Überlegungen folgt die eigentliche Lösung:

Gegeben sind die zwei Zustandspunkte des $v - t$ - Diagramms:

$$P_1(t_1 | 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \text{ und } P_2(t_2 | 8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

wobei zusätzlich $\Delta t = 3 \text{ s}$ gegeben ist.

$$\text{Es folgt: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\text{Nach } t_3 = 10 \text{ s ist dann } v(10\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{s} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

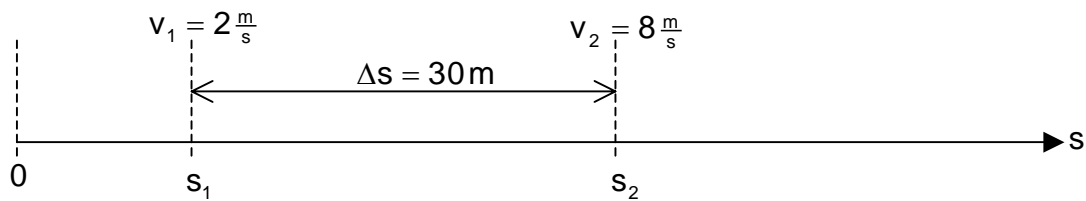
$$\text{und } s(10\text{s}) = \frac{1}{2} a \cdot t_3^2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100\text{s}^2 = 100\text{m}.$$

BEISPIEL 8

Ein Fahrzeug wird aus der Ruhe heraus gleichmäßig beschleunigt. Dabei braucht es zur Erhöhung seiner Geschwindigkeit von $v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf $v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ genau 30 m Fahrstrecke.

Berechne die wirkende Beschleunigung

Überlegung:



Der Unterschied zu Beispiel 7 ist erkennbar: Jetzt ist die Wegstrecke gegeben, zuvor war es die Fahrzeit. Daher nützt jetzt die Formel $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ nichts mehr!

Aber wir verwenden die Formel $v = \sqrt{2as}$ bzw. $v^2 = 2as$:

Es gilt bei s_1 : $v_1^2 = 2as_1$ und bei s_2 : $v_2^2 = 2as_2$

Nun subtrahiert man beide Gleichungen:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as_2 - 2as_1 = 2a(s_2 - s_1) = 2a \cdot \Delta s$$

Daraus folgt

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot \Delta s} = \frac{64 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 30 \text{ m}} = \frac{60 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{60 \text{ m}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4. Der freie Fall

Wenn wir uns in nicht allzu große Höhe begeben, können wir die Gravitationskraft, also die Gewichtskraft unserer Körper als konstant ansehen. Denken wir uns dann noch den Luftwiderstand weg, dann fallen Körper unter dem Einfluß einer konstanten Kraft gleichmäßig beschleunigt.

Die Beschleunigung kann man experimentell zu etwa $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bestimmen. Man verwendet dafür das Symbol g :

WISSEN: Fallen Körper im erdnahen Raum ohne Luftwiderstand, dann führen sie eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit der Fallbeschleunigung $a = g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ aus.

Oftmals wird $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ aufgerundet.

Für das Fallen aus der Ruhe heraus gelten daher folgende Gesetze:

$$v = g \cdot t \quad \text{bzw.} \quad g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1)$$

$$h = g \cdot t^2 \quad (2)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (3)$$

Dabei ist h die Fallstrecke aus der Ruhe heraus und t die zugehörige Fallzeit sowie v die dann erreichte Geschwindigkeit.

Im Grunde ist also der freie Fall nichts Neues, sondern nur eine spezielle gleichmäßig beschleunigte Bewegung, die sogar den Vorteil hat, daß man die Beschleunigung kennt. Daher sollen jetzt keine weiteren Beispiele folgen sondern einige Aufgaben zum Üben.

AUFGABEN zum freien Fall

Es ist gestattet, mit $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ zu rechnen.

- (1) Ein Körper fällt 12 Sekunden lang. Wie tief ist er gefallen und welche Geschwindigkeit hat er erreicht ?
- (2) Ein Körper fällt 20 m tief. Wie lange braucht er dazu und welche Geschwindigkeit hat er am Ende der Fallstrecke ?
- (3) Ein Körper fällt frei. Nach welcher Zeit und welcher zurückgelegten Fallhöhe erreicht er die Geschwindigkeit $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?
- (4) Ein Körper fällt 6 Sekunden lang frei. Wie lang sind die Wegstrecken in der 1. Sekunde, in der 2. Sekunde usw. ? Gib auch die nach 1 s, 2 s usw. erreichten Geschwindigkeiten an.
- (5) Zwei Körper werden von einem Hochhaus aus fallen gelassen. Der zweite Körper beginnt seinen Fall genau 1 Sekunde nach dem ersten. In welchem zeitlichen Abstand treffen sie auf dem Boden in 125 m Tiefe auf ? Wie groß ist 3 Sekunden nach dem Loslassen des 1. Körpers der Höhenunterschied und der Geschwindigkeitsunterschied der beiden Körper ?

Und nun schwere Aufgaben:

- (6) Ein Körper passiert bei Fallen die Marken h_1 und h_2 in der Zeit 2,4 s. Diese Marken haben einen Abstand von 90 m. Berechne h_1 und h_2 .
- (7) Ein Körper passiert bei Fallen die Marken h_1 und h_2 , die 1,8 m auseinander liegen. Der Geschwindigkeitsunterschied beträgt $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Berechne h_1 und h_2 .
- (8) Ein Körper erzielt auf einer Fallstrecke eine Geschwindigkeitszunahme von $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Was läßt sich daraus für die benötigte Zeitspanne folgern ?

Die Lösungen befinden sich auf der Mathematik-CD